

342

F

نام
نام خانوادگی
محل امضاء



صبح جمعه
۹۱/۱۲/۱۸
دفترچه شماره ۱



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۲

رشته‌ی
مهندسی مکانیک - مهندسی راه آهن (ماشین‌های ریلی) (کد ۲۳۲۹)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، مکانیک تماس چرخ ریلی، مکانیک محیط پیوسته)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۱

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- برای تابع مختلط $f(z) = \sin z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) $|\sin z| = |\sin x|$ (۲) $|\sin x| \leq |\sin z| \leq 1$

(۳) $|\sin z|^2 = \sin^2 x + (\sinh y)^2$ (۴) $\sin^2 x + (\sinh y)^2 < |\sin z|^2 < \sin^2 x + (\cosh y)^2$

۲- اگر سری فوریه مثلثاتی تابع زیر را بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + x, & -\pi \leq x < 0 \\ \frac{\pi}{2} - x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

آنگاه مقادیر سری‌های عددی $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ و $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2}$ ، کدام است؟

(۱) $A = \frac{\pi^2}{16}, B = \frac{\pi^2}{32}$ (۲) $A = \frac{\pi^2}{8}, B = \frac{\pi^2}{32}$

(۳) $A = \frac{\pi^2}{8}, B = \frac{\pi^2}{16}$ (۴) $A = \frac{\pi^2}{4}, B = \frac{\pi^2}{16}$

۳- تبدیل $w = \sinh z$ نیمه نوار $|y| \leq \frac{\pi}{2}, x \geq 0$ از صفحه z را به کدام ناحیه از صفحه w می‌نگارد؟

(۱) نیمه نوار $x \leq 0, |y| \leq \frac{\pi}{2}$ (۲) اجتماع ربع‌های اول و دوم صفحه w

(۳) اجتماع ربع‌های دوم و سوم صفحه w (۴) اجتماع ربع‌های اول و چهارم صفحه w

۴- در مسئله مقدار اولیه - مرزی

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x, t), & 0 < x < L, t > 0 \\ u(0, t) = 0, u_x(L, t) = 0, u(x, 0) = \phi(x) \end{cases}$$

که در آن $\phi(x)$ و $f(x, t)$ توابع پیوسته و تکه‌ای هموار مفروض هستند. دنباله توابع پایه متعامد مورد نیاز بسط فوریه، کدام است؟

(۱) $\left\{ \sin \frac{K\pi x}{L} \right\}$ (۲) $\left\{ \sin \frac{K\pi x}{2L} \right\}$

(۳) $\left\{ \sin \frac{(2K-1)\pi}{2L} x \right\}$ (۴) وجود ندارد.

۵- برای تابع مختلط $f(z) = \cos z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) $|\cos z| = |\cos x|$ (۲) $|\cos x| \leq |\cos z| \leq 1$

(۳) $|\cos z|^2 = \cos^2 x + (\cosh y)^2$ (۴) $|\cos z|^2 = \cos^2 x + (\sinh y)^2$

۶- در مورد تابع مختلط $f(z) = \cosh z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) $|\sinh x| \leq |\cosh z| \leq \cosh x$

(۲) $|\cosh z|^2 = (\cosh x)^2 + \cos^2 y$

(۳) تنها صفرهای این تابع (تنها ریشه‌های آن) عبارت اند از $z_k = (2K + \frac{1}{2})\pi i$

(۴) این تابع صفر ندارد (ریشه ندارد)

۷- تبدیل لاپلاس $U(x, s)$ جواب کراندار مسئله مقدار اولیه - مرزی:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = -e^{-t}, & \forall x > 0, \forall t > 0 \\ u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0, & \forall x > 0 \\ u(0, t) = \mu(t), & \forall t > 0 \end{cases}$$

تابع معلوم و تکه‌ای پیوسته

کدام است؟

(۱) $\left[\mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-x}{a}s} - \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}$

(۲) $\left[\mathcal{L}\{\mu(t)\} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-x}{a}s} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}$

(۳) $\left[\mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-x}{a}s} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s+1}$

(۴) $\left[\mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s+1} \right] e^{\frac{-x}{a}s} - \frac{1}{s+1}$

۸- فرض کنیم $a_1 = b$, $a_2 = bc$, $a_3 = b^2 c$, $a_4 = b^2 c^2$, ..., $a_n = (bc)^n$, $a_{n+1} = b(bc)^n$, ... به طوری که

$0 < bc < 1$, $c > 1$, $0 < b < 1$ دامنه تعریف $S(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$ با $(a_0 = 1)$ به عنوان یک تابع تحلیلی، کدام است؟

(۱) $|z| < \frac{1}{\sqrt{bc}}$ (۲) $|z| < \frac{1}{\sqrt{c}}$

(۳) $|z| < \frac{1}{\sqrt{b}}$ (۴) تمام صفحه z است.

۹- سری فوریه مثلثاتی تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x, & 0 \leq x \leq \pi \\ x - \frac{3\pi}{2}, & \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$ کدام است؟

(۲) $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{f}{\pi(2K-1)} \cos(2K-1)x$

(۱) $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{f}{\pi^2(2K-1)^2} \cos(2K-1)x$

(۴) $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{f}{\pi(2K-1)^2} \cos(2K-1)x$

(۳) $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{2}{\pi(2K-1)^2} \cos(2K-1)x$

۱۰- با انتگرال گیری از تابع e^{-x^2} روی مرز پیرامون مستطیل $|x| \leq a$ و $0 \leq y \leq b$ در جهت مثلثاتی و سپس میل دادن a به بی نهایت، تعیین کنید که مقدار $\int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos(2bx) dx$ کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{1}{2}b^2}$

(۱) $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-b^2}$

(۴) $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\frac{1}{2}b^2}$

(۳) $\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{b^2}$

۱۱- ناحیه بین نیم محور x مثبت و نیمساز ربع اول صفحه xy در اثر تبدیل $W = \frac{z^2 + i}{iz^2 + 1}$ به کدام ناحیه از صفحه W نگاشته می شود؟

(۲) نیمه پایینی صفحه W

(۱) نیمه بالایی صفحه W

(۴) خارج دایره واحد

(۳) داخل دایره واحد

۱۲- فرض کنیم:
$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0, & 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) = \frac{L}{2} - \left| x - \frac{L}{2} \right|, & u_t(x, 0) = x(L-x), & 0 \leq x \leq L \\ u(0, t) = 0 = u(L, t) \end{cases}$$

در این صورت مقدار $u\left(\frac{L}{4}, \frac{3L}{2a}\right)$ کدام است؟

(۲) $-\frac{11L^2}{192a}$

(۱) $-\frac{11L^2}{96a}$

(۴) $\frac{11L^2}{96a}$

(۳) $\frac{11L^2}{192a}$

۱۳- با انتگرال گیری از تابع مناسب روی کرانه مستطیل $|x| < R$ و $0 < y < 2\pi$ در جهت مثبت و به کاربردن قضیه مانده، و

سرانجام میل دادن R به بی نهایت، مقدار انتگرال $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x} dx$ ، $0 < a < 1$ ، ثابت، کدام خواهد بود؟

$$\frac{\pi}{\cos \pi a} \quad (2)$$

(۴) واگراست.

$$\frac{\pi}{\sin \pi a} \quad (1)$$

$$\frac{e^a}{\sin \pi a} \quad (3)$$

۱۴- برای مسئله مقدار اولیه مرزی: $u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0$, $0 < x < L$, $t > 0$

$$u_t(x, 0) = 0, u(x, 0) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ L-x, & \frac{L}{2} < x \leq L \end{cases} \quad (\text{موضع اولیه})$$

$$u(0, t) = 0 = u(L, t)$$

موج یک بعدی بر قطعه خط $0 \leq x \leq L$ ، مقدار $u(\frac{L}{2}, \frac{nL}{a})$ در نقطه $x = \frac{L}{2}$ و $t = \frac{nL}{a}$ ، کدام است؟ (n عدد صحیح نامنفی)

$$(-1)^n \frac{L}{2a} \quad (2)$$

$$(-1)^{n-1} \frac{L}{2} \quad (4)$$

$$\frac{La}{2} \quad (1)$$

$$(-1)^n \frac{L}{2} \quad (3)$$

۱۵- توابع ویژه (eigen functions) مسئله مقدار مرزی زیر کدام است؟

$$y''(x) - 2y'(x) + \lambda y(x) = 0 \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$y(0) = y(\pi) = 0$$

$$\varphi_n(x) = e^x \sin nx; n = 1, 2, \dots \quad (2)$$

$$\varphi_{n,m}(x) = \sinh mx \sin nx; n, m = 1, 2, \dots \quad (4)$$

$$\varphi_n(x) = e^x \cos nx; n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$\varphi_n(x) = \sinh \sin nx; n = 1, 2, \dots \quad (3)$$

۱۶- مقدار انتگرال $\int_0^{\infty} \frac{(\ln x)^2}{1+x^2} dx$ (با انتخاب مرز مناسب)، کدام است؟

$$\frac{\pi^2}{8} \quad (2)$$

$$\frac{\pi^2}{16} \quad (1)$$

$$\frac{\pi^2}{4} \quad (3)$$

(۴) همگرا نیست (بینهایت می شود)

۱۷- در مورد خود الحاق (self Adjoint) بودن معادله دیفرانسیل $x^2 y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$ کدام عبارت درست است؟
(۱) خود الحاق است. (۲) برای $n = 0$ خود الحاق است.

(۳) با ضرب در $\frac{1}{x}$ خود الحاق می‌شود. (۴) با ضرب در $\frac{1}{x^2}$ خود الحاق می‌شود.

۱۸- ثابت‌های $a > 0$ و $b > 0$ و $-1 < \gamma < 1$ مفروض‌اند. اگر $\int_0^\infty \frac{x^\gamma}{(x+a)(x+b)} dx = \frac{\pi}{\sin(\pi\gamma)} \left(\frac{b^\gamma - a^\gamma}{b-a} \right)$ ، آنگاه

مقدار انتگرال $\int_0^\infty \frac{x^\beta}{(x+a)^2} dx$ و $(-1 < \beta < 1)$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{\pi\beta}{\sin(\pi\beta)}$ (۲) $\frac{a\beta}{\sin(\pi\beta)} a^\beta$

(۳) $\frac{\pi\beta a^{\beta-1}}{\sin(\pi\beta)}$ (۴) $\frac{\pi\beta}{\sin(\pi\beta)} a^{\beta-1}$

۱۹- در انتخاب چرخ و ریل از نظر جنس، افزایش سختی چه تأثیری در عملکرد این دو در محل تماس خواهد داشت؟

- (۱) افزایش سختی چرخ و ریل امکان شکست ریل را کاهش خواهد داد.
- (۲) افزایش سختی چرخ و ریل میزان تنش‌های وارد بر ریل را کاهش می‌دهد.
- (۳) افزایش سختی چرخ و ریل باعث کاهش نیروهای مماسی بین چرخ و ریل می‌شود.
- (۴) افزایش سختی سطحی بین ریل و چرخ سایش را کاهش می‌دهد ولی امکان ایجاد ترک‌های زیر سطحی و پدیده خستگی را افزایش می‌دهد.

۲۰- هدف از مکانیزم ترمزهای ABS ، استفاده از حداکثر نیروی تماسی بین چرخ و ریل با استفاده از می‌باشد.

- (۱) افزایش ناحیه لغزش تا مرز شروع لغزش کلی
- (۲) افزایش ناحیه چسبندگی محل تماس به طوری که کل سطح تماس چسبنده باشد.
- (۳) افزایش ضریب اصطکاک بین چرخ و ریل
- (۴) جابه‌جا کردن توزیع فشار در محل تماس چرخ و ریل

۲۱- در بارگذاری یک جسم نیمه بینهایت دو بعدی با فشار ثابت کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) ماکزیمم جابه‌جایی عمودی در مرکز محل تماس است.
- (۲) جابه‌جایی بر روی سطح در جهت افقی (\bar{u}_x) ، در ناحیه تماس صفر است.
- (۳) جابه‌جایی بر روی سطح در جهت افقی (\bar{u}_x) ، در خارج از ناحیه تماس ثابت است.
- (۴) برای ایجاد فشار ثابت بر روی سطح شکل پانچ صلب بدون اصطکاک، باید منحنی باشد.

۲۲- در غلنتش دو استوانه بر روی هم با نیروی فشاری P و نیروی افقی Q اگر $Q_x < \mu P$ باشد:

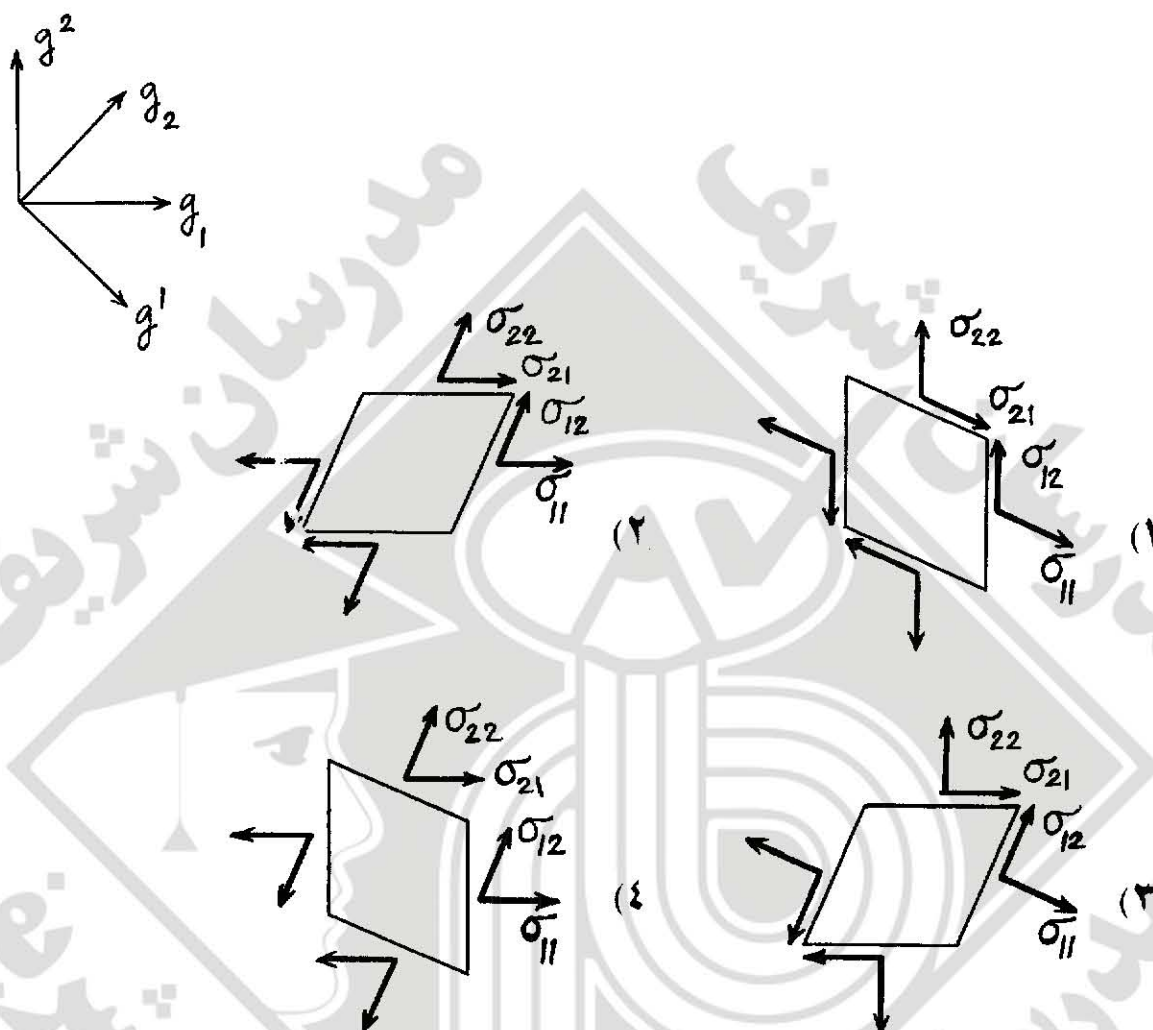
- (۱) محل چسبندگی در مرکز سطح تماس است، و نیروی برشی در لبه‌ها صفر است.
- (۲) محل چسبندگی در لبه شروع تماس دو استوانه است و نیروی برشی در مرکز ماکزیمم است.
- (۳) محل ناحیه چسبندگی در مرکز محل تماس می‌باشد، و نسبت سطح لغزش به چسبندگی وابسته به ضریب اصطکاک است.
- (۴) محل ناحیه چسبندگی در لبه شروع تماس دو استوانه است، و سطح لغزش نسبت به سطح چسبندگی بستگی به نیروی افقی دارد.

۲۳- در تماس هرتز دو سیلندر با محورهای موازی و بار عمودی P ، اگر سطح تماس $2a$ باشد، بر روی محور Z عمود بر صفحه تماس که محور تقارن نیز است،

- (۱) تنش برشی ماکزیمم و محل آن وابسته به ضریب پواسون است.
- (۲) تنش برشی ماکزیمم $\frac{3}{2} P_0$ و در عمق $Z = \frac{1}{2} \sqrt{8a}$ می‌باشد. (P_0 ماکزیمم فشار)
- (۳) تنش برشی ماکزیمم $\frac{3}{2} P_0$ و در عمق $Z = a$ خواهد بود. (P_0 ماکزیمم فشار)
- (۴) تنش برشی ماکزیمم $\frac{3}{2} P_0$ و در عمق $Z = \frac{1}{2} \sqrt{8a}$ خواهد بود. (P_0 ماکزیمم فشار)

- ۲۴- در بارگذاری با فشار ثابت یک جسم نیمه بینهایت به صورت دو بعدی در محدوده $2a$ ماکزیم تنش برشی در چه عمقی قرار دارد؟
 (۱) در عمق $0.405a$ خواهد بود.
 (۲) در عمق $0.7a$ خواهد بود.
 (۳) در عمق a خواهد بود.
 (۴) عمق آن بستگی به ضریب پواسون دارد.
- ۲۵- در بارگذاری دو بعدی جسم تخت و نیمه بینهایت توسط پانچ تخت و صلب در صورت وجود اصطکاک بین پانچ و جسم، کدام عبارت صحیح است؟
 (۱) نیروی برشی در مرکز صفر است.
 (۲) توزیع نیروی فشاری در مرکز حداکثر خواهد بود.
 (۳) کل ناحیه تماس چسبندگی کامل خواهد داشت.
 (۴) در مرز چسبندگی و لغزندگی، فشار ماکزیمم است.
- ۲۶- در تماس دو بعدی دو استوانه با محورهای موازی در صورت وجود لغزش و اصطکاک بین دو استوانه و فرض تماس هرتز و یکسان بودن جنس دو استوانه محل ماکزیمم تنش برشی
 (۱) بر روی سطح تماس و در مرکز سطح تماس است، و به ضریب پواسون وابسته است.
 (۲) بر روی سطح تماس و در مرکز سطح چسبندگی دو استوانه است، و به ضریب اصطکاک وابسته است.
 (۳) در داخل دو استوانه بوده و از محور تقارن هندسی Z دو جسم فاصله دارد و میزان فاصله به مقدار ضریب اصطکاک وابسته است.
 (۴) بر روی محور Z عمود بر دو استوانه و در مرکز سطح تماس بوده و عمق آن $0.78a$ است و به مقدار ضریب اصطکاک وابسته نیست.
- ۲۷- در تماس دو کره با بار عمودی P و بار افقی نوسانی Q به طوری که $Q < \mu P$ بوده و دو کره غلتش نداشته باشند، پدیده سایش در سطح تماس دو کره
 (۱) در محدوده چسبندگی ایجاد می شود، و به ضریب اصطکاک دو جسم وابسته است.
 (۲) در مرکز سطح تماس به وجود می آید، و شعاع آن به مقدار نیروی Q وابسته است.
 (۳) در محدوده لغزش و به صورت محیطی ایجاد شده، و ضخامت ناحیه سایش به مقدار Q_{max} وابسته است.
 (۴) نسبت به محور X متقارن بوده، و نسبت به محور Y نامتقارن است، و به ضریب اصطکاک و میزان Q وابسته است.
- ۲۸- در تماس چرخ و ریل تئوری خطی و غیر خطی کالکر، چه تفاوتی با هم دارند؟
 (۱) در تئوری خطی کالکر کرنش سطحی با نیروی مماسی رابطه خطی دارد، ولی در تئوری غیر خطی رابطه غیر خطی است.
 (۲) در تئوری خطی کالکر کل سطح تماس لغزشی می باشد، ولی در غیر خطی ناحیه چسبندگی و لغزندگی در نظر گرفته شده است.
 (۳) در تئوری خطی کالکر توزیع نیروی فشاری از روی قانون و رابطه هرتز می باشد، ولی در تئوری غیر خطی از حل دقیق تری استفاده شده است.
 (۴) در تئوری خطی کالکر نیروی مماس بر سطح تماس محدود نشده است، ولی در تئوری غیر خطی مقدار آن اشباع شده و حداکثر μN می گردد.
- ۲۹- در غلتش دو استوانه بر روی هم با وجود نیروی عمودی و نیروی کششی و یکسان بودن مشخصات مکانیکی دو استوانه، مقدار سرش سطحی Creep ratio (یا Creepage) در صورتی که $Q_x < \mu P$ باشد،
 (۱) رابطه خطی با مقدار نیروی کششی دارد.
 (۲) به مقدار نیروی فشاری وابسته نیست.
 (۳) با مساحت یا اندازه سطح چسبندگی بین دو استوانه ارتباط دارد.
 (۴) شعاع استوانه ها نقشه در مقدار Creep ratio ندارد.
- ۳۰- در غلتش و حرکت دو کره نسبت به هم با مشخصات مکانیکی یکسان و وجود نیروی عمودی و نیروی کششی ($Q_x < \mu P$) در صورتی که Q_x ، Q_y و M_z به ترتیب نیروی افقی در جهت x ، نیروی افقی در جهت y و گشتاور پیچشی حول محور عمود بر سطح تماس باشد، کدام عبارت صحیح است؟
 (۱) ζ_x سرش (Creepage) در جهت x در نیروهای مماسی و گشتاور پیچشی اثر دارد.
 (۲) اسپین Ψ تأثیری در نیروی Q_x ندارد و فقط در نیروی M_z و Q_y تأثیر خواهد داشت.
 (۳) نیروی Q_x رابطه خطی با ζ_x داشته و M_z رابطه غیر خطی با ζ_y و Ψ (اسپین) دارد.
 (۴) ζ_y سرش (Creepage) در جهت y در نیروی مماسی Q_y تأثیر داشته و بر روی M_z گشتاور پیچشی تأثیری ندارد.
- ۳۱- تانسورهای E_{lmn} نامتقارن (unsymmetric) می باشند. حاصلضرب $E_{lmn} E_{ijk}$ در حالتی که $k = n$ و $j = m$ و $i = l$ باشد، کدام است؟
 (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۶

۳۲- با توجه به محورهای داده شده کدام المان نشان دهنده صحیح مؤلفه‌های تنش $\sigma_{\alpha\beta}$ می‌باشد؟



۳۳- عبارت تانسوری زیر، مساوی کدام گزینه می‌باشد؟

$$A_{ij} = \delta_{kk} \delta_{\ell\ell} \delta_{is} T_{sj} + \delta_{sk} \delta_{ik} T_{sj}$$

(۲) $4 T_{ij}$

(۱) $2 T_{ij}$

(۴) $10 T_{ij}$

(۳) $6 T_{ij}$

۳۴- با توجه به قرارداد جمع روی اندیس‌های تکراری، کدام گزینه برای بسط عبارت $\epsilon_{ijk} a_r T_{kj}$ درست است؟

(۲) $a_r (T_{rr} - T_{rr})$

(۱) $a_r (T_{rr} - T_{rr})$

(۴) $a_r T_{rr}$

(۳) $a_r T_{rr}$

۳۵- چنانچه T یک تانسور مرتبه دو باشد، کدام گزینه برای دیورژانس T درست است؟

$$\text{div } T = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \hat{e}_i \quad (۲) \quad \text{div } T = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \hat{e}_j \quad (۱)$$

$$\text{div } T = \varepsilon_{ijk} \frac{\partial T_{jk}}{\partial x_i} \quad (۴) \quad \text{div } T = \varepsilon_{ijk} \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_k} \quad (۳)$$

۳۶- در یک محیط پیوسته، σ تانسور تنش کوشی می باشد. چنانچه تانسور S به صورت $S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$ تعریف شود، کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) ناوردای دوم تانسور S صفر است.
(۲) ناوردای دوم تانسور σ صفر است.
(۳) ناوردای اول تانسور S صفر است.
(۴) ناوردای اول تانسور σ صفر است.

۳۷- اگر F تانسور تغییر فرم باشد، خواهیم داشت:

$$F = QU = VQ$$

در صورتی که U و V تانسورهای متقارن مرتبه دوم و Q تانسور متعامد باشد، کدام گزینه در مورد مقدار و بردار ویژه U و V درست است؟

- (۱) در حالت کلی نه بردارهای ویژه و نه مقادیر ویژه آن ها یکسان نمی باشند.
(۲) مقادیر و بردارهای ویژه آن ها یکسان می باشند.
(۳) فقط بردارهای ویژه آن ها یکسان می باشند.
(۴) فقط مقادیر ویژه آن ها یکسان می باشند.

۳۸- حاصل انتگرال $\int_V (\bar{x} \cdot \bar{x})_{,jj} dv$ کدام است؟

- (۱) $2V$
(۲) $6V$
(۳) $3V$

۳۹- جسمی تحت تأثیر بار تک محوره ای قرار گرفته و در آن تنش نرمالی برابر $\sigma_{11} = \sigma$ ایجاد کرده است. مؤلفه های تنش نرمال و

تنش برشی روی صفحه ای با بردار نرمال $n = \frac{1}{3} (2e_1 + e_2 + 2e_3)$ کدام است؟

- (۱) تنش نرمال $\sigma = \frac{4}{9}$ ، تنش برشی $\sigma = \frac{2\sqrt{5}}{9}$
(۲) تنش نرمال σ ، تنش برشی $\sigma = \frac{2}{9}$
(۳) تنش نرمال $\sigma = \frac{2}{9}$ ، تنش برشی $\sigma = \frac{2}{9}$
(۴) تنش نرمال $\sigma = \frac{2}{9}$ ، تنش برشی $\sigma = \frac{2}{9}$

۴۰- حرکت یک محیط پیوسته با روابط زیر بیان می‌شود:

$$x_1 = X_1 + kt \cdot X_2, \quad x_2 = X_2, \quad x_3 = X_3$$

اگر توزیع دما بر حسب مختصات فضایی به صورت $\theta = x_1 + x_2$ بیان شود، سرعت و نرخ تغییر دما کدام است؟

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = kx_2 \quad \text{و} \quad V = kX_2e_1 \quad (2) \qquad \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad \text{و} \quad V = kX_2e_1 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = kx_2 \quad \text{و} \quad V = 0 \quad (4) \qquad \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad \text{و} \quad V = 0 \quad (3)$$

۴۱- چنانچه F تانسور گرادین تغییر شکل در نقطه‌ای از یک محیط پیوسته باشد، تانسور $F^T F$ بیانگر در آن نقطه است.

- (۱) کرنش
(۲) کشیدگی
(۳) مربع کشیدگی
(۴) مربع کرنش

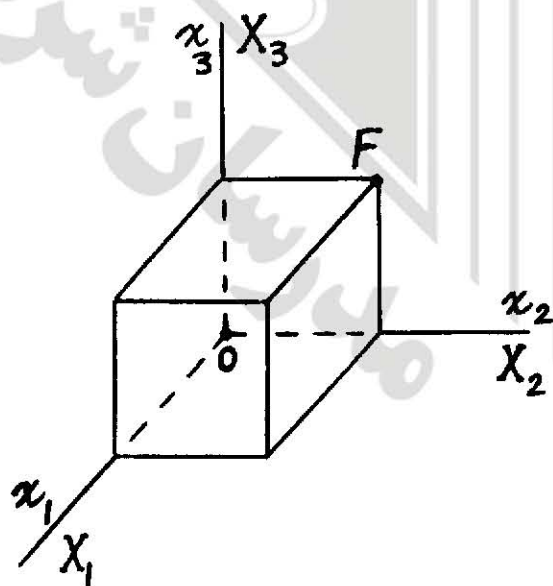
۴۲- چنانچه ρ, ρ_0 به ترتیب چگالی اولیه و چگالی در حالت تغییر شکل یافته یک محیط پیوسته و J جاکوبین تغییر شکل آن محیط باشد، برای فرم لاگرانژی معادله سازگاری، گزینه درست کدام است؟

- (۱) $\rho J = \rho_0$
(۲) $\rho_0 J = \rho$
(۳) $\rho J^2 = \rho_0$
(۴) $\rho_0 J^2 = \rho$

۴۳- محیط پیوسته مکعب شکلی به ابعاد واحد، تحت تأثیر تغییر شکل همگنی به صورت زیر قرار دارد:

$$x_3 = \mu X_3, \quad x_2 = \beta X_2, \quad x_1 = \alpha X_1$$

مقدار کشیدگی قطر OF از کدام رابطه به دست می‌آید؟ (α, β و μ کمیت‌های ثابتی می‌باشند).



$$\Lambda_{OF}^2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2} \quad (1)$$

$$\Lambda_{OF}^2 = \frac{\beta^2 + \mu^2}{2} \quad (2)$$

$$\Lambda_{OF}^2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \mu^2}{2} \quad (3)$$

$$\Lambda_{OF}^2 = \frac{\alpha^2 + \mu^2}{2} \quad (4)$$

۴۴- بیان ریاضی یک انتقال صلب برای یک محیط پیوسته، به کدام یک از صورت‌های زیر است؟

- (۱) $x = X + C(X, t)$
(۲) $x = X + C(x, t)$
(۳) $x = X + C(t)$
(۴) $x = X$

۴۵- چنانچه در یک محیط پیوسته موقعیت اولیه ذرات با مختصات x_1, x_2, x_3 و موقعیت آن‌ها در زمان t با مختصات y_1, y_2, y_3 نشان داده شود، رابطه حرکت ذرات به صورت زیر می‌باشد:

$$y_1 = x_1(1+t)$$

$$y_2 = x_2(1+t)^2$$

$$y_3 = x_3(1+t^2)$$

برای توصیف اولیه مؤلفه دوم سرعت ذرات (v_2)، گزینه درست کدام است؟

$$v_2 = 2x_2(1+t) \quad (2)$$

$$v_2 = \frac{2y_2}{1+t} \quad (1)$$

$$v_2 = 2x_2 t \quad (4)$$

$$v_2 = \frac{2y_2 t}{1+t^2} \quad (3)$$